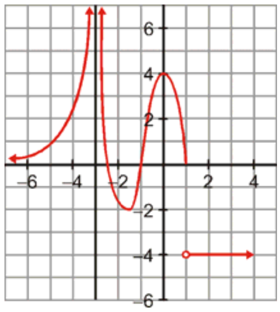
Apellidos y nombre

Temas 04/05: Funciones. Funciones elementales

Todos los ejercicios puntúan igual

1. Dada la siguiente función mediante su representación gráfica, responde a las preguntas:
   a) ¿Cuál es su dominio de definición? ¿Y su recorrido?
   b) ¿Es continua? Si no lo es, indica dónde es discontinua.
   c) ¿Cuáles son sus máximos y mínimos relativos?
   d) Indica dónde es creciente, decreciente y constante.



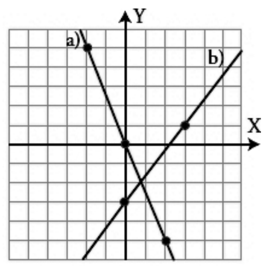
Solución:

a) El dominio de la función es el conjunto de todos los valores reales salvo $x = -3$. El recorrido será $\{-4\} \cup [-2, +\infty)$.
b) No es continua en $x = -3$ y $x = 1$.
c) Tiene un máximo relativo en el punto (0, 4).

Tiene un mínimo relativo en el punto de abscisa $-\frac{3}{2}$, y su valor es -2.

d) Creciente: $(-\infty, 3) \cup (-3/2, 0)$. Decreciente: $(-3, -3/2) \cup (0, 1]$. Constante: $(1, +\infty)$

2. a) Halla las ecuaciones explícitas de las siguientes rectas teniendo en cuenta su pendiente y ordenada en el origen.
   b) Halla su punto de corte analíticamente, es decir, por ecuaciones.



a) a) $y = mx + n$; $\boxed{n = 0}$
$A(0,0)$; $B(-2,5)$; $m = \frac{5-0}{-2-0} = \boxed{\frac{-5}{2}}$

$\boxed{y = \frac{-5}{2}x}$;

b) $y = mx + n$; $\boxed{n = -3}$; $C(0,-3)$; $D(3,1)$; $m = \frac{1-(-3)}{3-0} = \boxed{\frac{4}{3}}$

$\boxed{y = \frac{4}{3}x - 3}$

b) $\begin{cases} y = \frac{-5}{2}x \\ y = \frac{4}{3}x - 3 \end{cases}$ $\Big|$ $\frac{-5}{2}x = \frac{4}{3}x - 3$; $\frac{-15x}{6} = \frac{8x}{6} - \frac{18}{6}$; $\Big|$ $-15x = 8x - 18$; $18 = 23x$; $\boxed{x = \frac{18}{23}}$;

$y = \frac{-5}{2} \cdot \frac{18}{23} = \frac{-90}{46} = \boxed{\frac{-45}{23}}$

$\boxed{P\left(\frac{18}{23}, \frac{-45}{23}\right)}$

Apellidos y nombre

3. Determinar analíticamente los puntos de corte de la recta de ecuación y = –4x + 1 con la parábola: $y = 2x^2 + 2x - 7$

$2x^2+2x-7=-4x+1$; $2x^2+6x-8=0$; $x^2+3x-4=0$

$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{3^2-4.1.(-4)}}{2} = \dfrac{-3\pm\sqrt{25}}{2} = \dfrac{-3\pm5}{2} = \left\langle \begin{array}{l} \frac{-8}{2}=-4 \\ \frac{2}{2}=1 \end{array} \right.$

$x_1=-4$; $y=-4.(-4)+1=17$; $\boxed{P_1(-4,17)}$

$x_2=1$; $y=-4.1+1=-3$; $\boxed{P_2(1,-3)}$

4. a) Representa, utilizando una tabla de valores significativos para esta función: $y = \dfrac{-2}{x+4}$.

b) Haz un comentario: dominio, imagen, asíntotas, crecimiento, concavidad y convexidad.

a) A. H. $y=\frac{0}{1}=0$; $y=0$; A.V. $x+4=0$; $x=-4$

x	y
-7	$\frac{2}{3}$
-6	1
-5	2
-3	-2
-2	-1
-1	$-\frac{2}{3}$

$y=\dfrac{-2}{-7+4}=\dfrac{-2}{-3}=\dfrac{2}{3}$

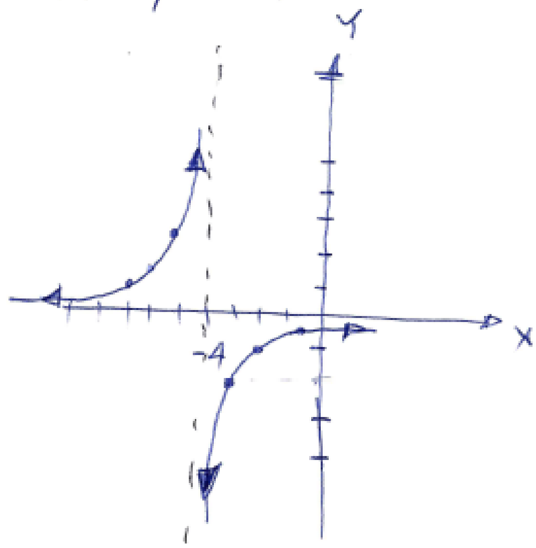
$y=\dfrac{-2}{-6+4}=\dfrac{-2}{-2}=1$

$y=\dfrac{-2}{-5+4}=\dfrac{-2}{-1}=2$

$y=\dfrac{-2}{-3+1}=\dfrac{-2}{1}=-2$

$y=\dfrac{-2}{-2+4}=\dfrac{-2}{2}=-1$

$y=\dfrac{-2}{-1+4}=\dfrac{-2}{3}$



b) $D=\mathbb{R}-\{-4\}$; $Im\,f=(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$; A. V. $x=-4$; A.H.: $y=0$

Crece: $\mathbb{R}-\{0\}$; Cóncava: $(-\infty,-4)$; Convexa: $(-4,+\infty)$

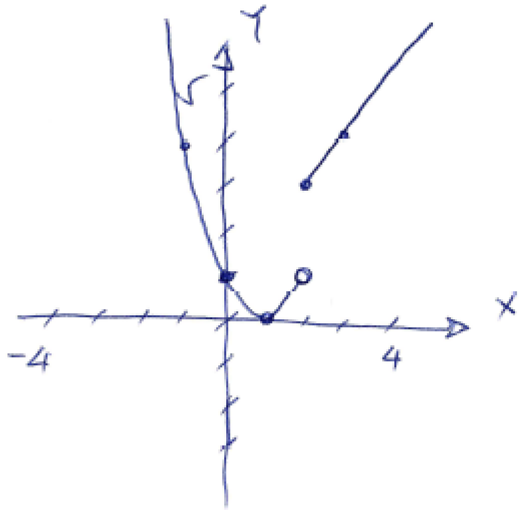
Apellidos y nombre

5. Dada la función: $f(x)=\begin{cases} x^2-2x+1 & si \quad x<2 \\ x+1 & si \quad x\geq 2 \end{cases}$.

Dibuja su gráfica hallando los valores significativos de la misma.

Vértice : $x=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-2)}{2.1}=1$

x	y	
-1	4	$(-1)^2-2(-1)+1=4$
0	1	$0^2-2.0+1=1$
1	0	$1^2-2.1+1=0$
2	3	$2+1=3$
3	4	$3+1=4$



6. a) Representa la función $y=\left|-x^2+4x-3\right|$.

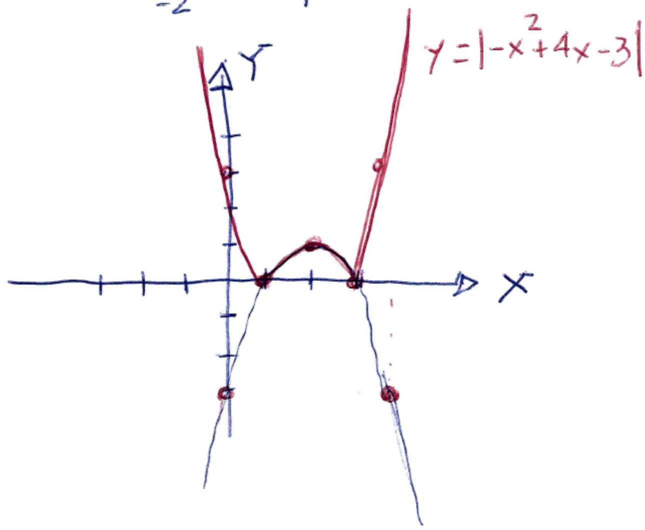
b) Halla su expresión como función definida a trozos.

a) $-x^2+4x-3=0$; $x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4(-1)(-3)}}{2.(-1)}=\frac{-4\pm\sqrt{16-12}}{-2}=$

$=\frac{-4\pm\sqrt{4}}{-2}=\frac{-4\pm 2}{-2}=\frac{-4\pm 2}{-2}=\begin{cases}\frac{-2}{-2}=1 \\ \frac{-6}{-2}=3\end{cases}$ | Cortes eje X

Vértice : $x=\frac{-4}{2.(-1)}=2$

x	y	
1	0	
2	1	$-2^2+4.2-3=1$
3	0	
0	-3	
4	-3	



b)

$$y=\begin{cases} x^2-4x+3; & x\leq 1 \\ -x^2+4x-3; & 1<x\leq 3 \\ x^2-4x+3; & 3<x \end{cases}$$